

Тренировочная работа № 1**по МАТЕМАТИКЕ****4 декабря 2012 года****9 класс****Вариант 3****Район.****Город (населённый пункт)****Школа****Класс****Фамилия.****Имя.****Отчество.****Инструкция по выполнению работы**

Общее время экзамена 4 часа (240 минут).

Всего в работе 26 заданий, из которых 20 заданий базового уровня (часть I) и 6 заданий повышенного уровня (часть II)

Работа состоит из трёх модулей: «Алгебра», «Геометрия», «Реальная математика»

Модуль «Алгебра» содержит 11 заданий: в части I — 8 заданий с кратким ответом, выбором ответа и установлением соответствия; в части II — 3 задания с полным решением.

Модуль «Геометрия» содержит 8 заданий: в части I — 5 заданий с кратким ответом, в части II — 3 задания с полным решением.

Модуль «Реальная математика» содержит 7 заданий: все задания — в части I, с кратким ответом и выбором ответа

Сначала выполняйте задания части I. Начать советуем с того модуля, задания которого вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим модулям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

Все необходимые вычисления, преобразования и т. д. выполняйте в черновике. Если задание содержит рисунок, то на нём можно выполнять необходимые Вам построения. Обращаем Ваше внимание на то, что записи в черновике не будут учитываться при оценивании работы. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа.

При выполнении заданий с выбором ответа обведите номер выбранного ответа в экзаменационной работе. Если Вы обвели не тот номер, то зачеркните обведённый номер крестиком и затем обведите номер правильного ответа.

Если варианты ответа к заданию не приводятся, полученный ответ записывается в отведённом для этого месте. В случае записи неверного ответа зачеркните его и запишите рядом новый. Наименования указывать не надо. Если в ответе надо записать несколько чисел, пишите их через точку с запятой, например: $-1;7$.

Если в задании требуется установить соответствие между некоторыми объектами, впишите в приведённую в ответе таблицу под каждой буквой соответствующую цифру.

Решения заданий части II и ответы к ним записываются на отдельном листе. Текст задания можно не переписывать, необходимо лишь указать его номер.

Баллы, полученные Вами за верно выполненные задания, суммируются. Для успешного прохождения итоговой аттестации необходимо набрать в сумме не менее 8 баллов, набранные по всей работе, из них не менее 3-х баллов по модулю «Алгебра», 2-х баллов по модулю «Геометрия» и 2-х баллов по модулю «Реальная математика».

Желаем успеха!

Часть 2.

При выполнении заданий 21–26 используйте отдельный лист. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво

Модуль «Алгебра»

21 Упростите выражение: $\frac{5^{n+1} - 5^{n-1}}{2 \cdot 5^n}$.

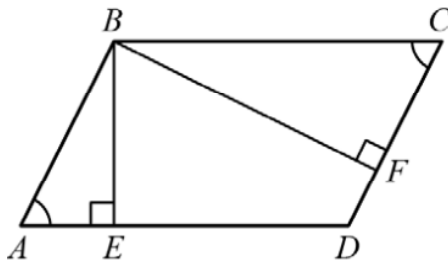
22 Известно, что парабола проходит через точку $B\left(-1; \frac{1}{4}\right)$ и её вершина находится в начале координат. Найдите уравнение этой параболы и вычислите, в каких точках она пересекает прямую $y = 9$

23 Найдите наименьшее значение выражения и $(5x - 4y + 3)^2 + (3x - y - 1)^2$ и значения x и y , при которых оно достигается

Модуль «Геометрия».

24 Окружность проходит через вершины A и C треугольника ABC и пересекает его стороны AB и BC в точках K и E соответственно. Отрезки AE и CK перпендикулярны. Найдите $\angle ABC$, если $\angle KCB = 20^\circ$.

25 В параллелограмме $ABCD$ проведены высоты BE и BF . Докажите, что $\triangle ABE$ подобен $\triangle CBF$.



26 Диагонали четырёхугольника $ABCD$, вершины которого расположены на окружности, пересекаются в точке M . Известно, что $\angle ABC = 74^\circ$, $\angle BCD = 102^\circ$, $\angle AMD = 112^\circ$. Найдите $\angle ACD$.

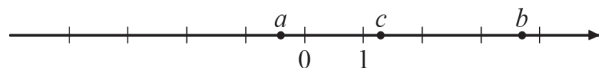
Часть 1

Модуль «Алгебра»

1 Найдите значение выражения: $15 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 - 9 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^2$.

Ответ:

2 На координатной прямой отмечены числа a, b, c .



Какое из следующих утверждений **неверно**?

- 1) $a + c < b$ 2) $\frac{b}{c} < 1$ 3) $ac < b$ 4) $c - b < a$

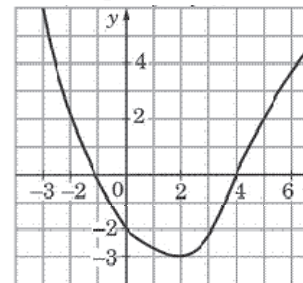
3 Какое из данных чисел является иррациональным?

- 1) $\sqrt{1,6}$ 2) $\sqrt{169}$ 3) $(\sqrt{3})^6$ 4) $\sqrt{6\frac{1}{4}}$

4 Найдите корни уравнения $16x^2 - 1 = 0$.

Ответ:

5 На рисунке изображён график функции $y = f(x)$. Какие из утверждений относительно этой функции **неверны**? Укажите их номера.



- 1) функция возрастает на промежутке $[-2; +\infty)$
 2) $f(3) > f(-3)$
 3) $f(0) = -2$
 4) прямая $y = 2$ пересекает график в точках $(-2; 2)$ и $(5; 2)$

Ответ:

6 Ольга в 2,5 раза старше Марии, а Мария на 5 лет старше Анны. Всем трём вместе 31 год. Сколько лет Марии?

Ответ:

7 Представьте в виде дроби выражение $\frac{15x^2}{3x-2} - 5x$ и найдите его значение при $x = 0,5$. В ответ запишите полученное число.

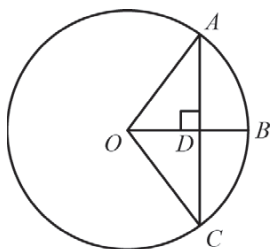
Ответ:

8 Решите неравенство $20 - 3(x - 5) < 19 - 7x$.

- 1) $(-4; +\infty)$ 2) $(-\infty; -\frac{1}{4})$
 3) $(-\frac{1}{4}; +\infty)$ 4) $(-\infty; -4)$

Модуль «Геометрия»

9 Радиус OB окружности с центром в точке O пересекает хорду AC в точке D и перпендикулярен ей. Найдите длину хорды AC , если $BD = 2$ см, а радиус окружности равен 5 см.

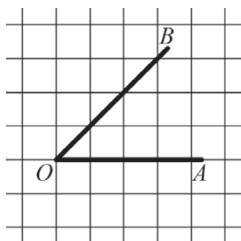


Ответ:

10 Диагональ трапеции делит её среднюю линию на отрезки, равные 4 см и 3 см. Найдите меньшее основание трапеции.

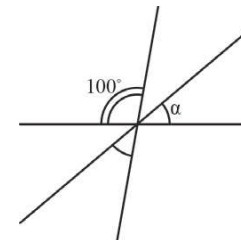
Ответ:

11 Чему равен синус угла AOB ?



- 1) $\frac{1}{2}$ 2) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ 3) 1 4) $\sqrt{2}$

12 Углы, отмеченные на рисунке одной дугой, равны. Найдите угол α . Ответ дайте в градусах.



Ответ:

13 Укажите в ответе номера верных утверждений.

- 1) Если в параллелограмме диагонали равны, то этот параллелограмм – прямоугольник.
- 2) Если при пересечении двух прямых третьей накрест лежащие углы равны, то прямые перпендикулярны.
- 3) Если три угла одного треугольника соответственно равны трём углам другого треугольника, то такие треугольники равны.

Ответ:

Модуль «Реальная математика»

14 Дорожный знак, изображённый на рисунке, называется «Ограничение длины». Его устанавливают там, где запрещён проезд транспортного средства, габариты которого (с грузом или без груза) превышают установленную длину.



Какому из данных транспортных средств этот знак запрещает проезд?

- 1) бензовозу длиной 7600 мм
- 2) автомобилю Газель длиной 6330 мм
- 3) автотопливозаправщику длиной 10200 мм
- 4) автоцистерне длиной 8250 мм

15 На графике изображена зависимость атмосферного давления (в миллиметрах ртутного столба) от высоты над уровнем моря (в км).



На сколько миллиметров ртутного столба отличается давление на высоте 1 км от давления на высоте 6 км?

Ответ:

16 Плата за коммунальные услуги составляла 800 р. Сколько рублей придётся заплатить за коммунальные услуги после их подорожания на 5,5%?

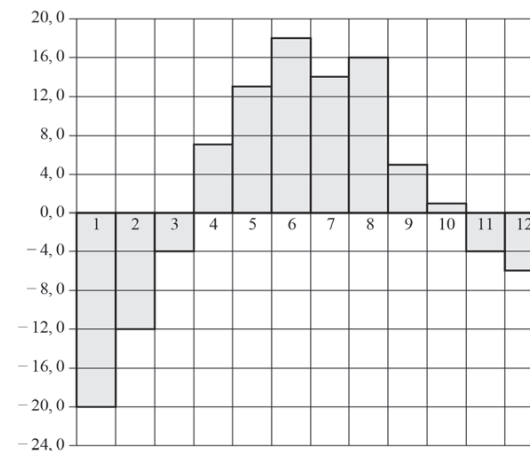
Ответ:

17 Сколько всего осей симметрии имеет фигура, изображённая на рисунке?



Ответ:

18 На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в г. Екатеринбурге (Свердловске) за каждый месяц 1973 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Выпишите номера месяцев, среднемесячная температура которых была ниже -10°C .



Ответ:

19 Из 900 новых флеш-карт в среднем 54 не пригодны для записи. Какова вероятность того, что случайно выбранная флеш-карта пригодна для записи?

Ответ:

20 Мотоциклист проехал 23 км за 15 мин. Сколько километров он проедет за t мин, если будет ехать с той же скоростью? Запишите соответствующее выражение.

Ответ:

Тренировочная работа № 1**по МАТЕМАТИКЕ****4 декабря 2012 года****9 класс****Вариант 4****Район.****Город (населённый пункт)****Школа****Класс****Фамилия.****Имя.****Отчество.****Инструкция по выполнению работы**

Общее время экзамена 4 часа (240 минут).

Всего в работе 26 заданий, из которых 20 заданий базового уровня (часть I) и 6 заданий повышенного уровня (часть II)

Работа состоит из трёх модулей: «Алгебра», «Геометрия», «Реальная математика»

Модуль «Алгебра» содержит 11 заданий: в части I — 8 заданий с кратким ответом, выбором ответа и установлением соответствия; в части II — 3 задания с полным решением.

Модуль «Геометрия» содержит 8 заданий: в части I — 5 заданий с кратким ответом, в части II — 3 задания с полным решением.

Модуль «Реальная математика» содержит 7 заданий: все задания — в части I, с кратким ответом и выбором ответа

Сначала выполняйте задания части I. Начать советуем с того модуля, задания которого вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим модулям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

Все необходимые вычисления, преобразования и т. д. выполняйте в черновике. Если задание содержит рисунок, то на нём можно выполнять необходимые Вам построения. Обращаем Ваше внимание на то, что записи в черновике не будут учитываться при оценивании работы. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа.

При выполнении заданий с выбором ответа обведите номер выбранного ответа в экзаменационной работе. Если Вы обвели не тот номер, то зачеркните обведённый номер крестиком и затем обведите номер правильного ответа.

Если варианты ответа к заданию не приводятся, полученный ответ записывается в отведённом для этого месте. В случае записи неверного ответа зачеркните его и запишите рядом новый. Наименования указывать не надо. Если в ответе надо записать несколько чисел, пишите их через точку с запятой, например: $-1;7$.

Если в задании требуется установить соответствие между некоторыми объектами, впишите в приведённую в ответе таблицу под каждой буквой соответствующую цифру.

Решения заданий части II и ответы к ним записываются на отдельном листе. Текст задания можно не переписывать, необходимо лишь указать его номер.

Баллы, полученные Вами за верно выполненные задания, суммируются. Для успешного прохождения итоговой аттестации необходимо набрать в сумме не менее 8 баллов, набранные по всей работе, из них не менее 3-х баллов по модулю «Алгебра», 2-х баллов по модулю «Геометрия» и 2-х баллов по модулю «Реальная математика».

Желаем успеха!

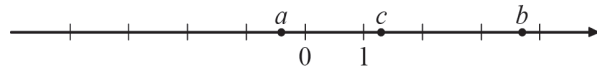
Часть 1

Модуль «Алгебра»

1 Найдите значение выражения: $6 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 - 18 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^2$.

Ответ:

2 На координатной прямой отмечены числа a, b, c .



Какое из следующих утверждений **неверно**?

- 1) $a + b > c$ 2) $ab < c$ 3) $\frac{1}{c} > 1$ 4) $c - a < b$

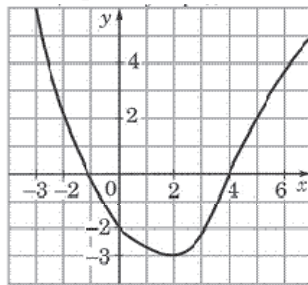
3 Какое из данных чисел является иррациональным?

- 1) $\sqrt{0,16}$ 2) $\sqrt{2500}$ 3) $(\sqrt{3})^5$ 4) $\sqrt{5\frac{4}{9}}$

4 Найдите корни уравнения $25x^2 - 1 = 0$.

Ответ:

5 На рисунке изображён график функции $y = f(x)$. Какие из утверждений относительно этой функции **неверны**? Укажите их номера.



- 1) на промежутке $[-1; 4]$ функция убывает
 2) $f(x) < 2$ при $-2 < x < 5$
 3) $f(2) = -3$
 4) нули функции – числа: $-1; -2; 4$

Ответ:

6 Николай старше Григория на 4 года, а Григорий старше Ильи в 1,5 раза. Вместе им 36 лет. Сколько лет Илье?

Ответ:

7 Представьте в виде дроби выражение $\frac{10x^2}{2x-3} - 5x$ и найдите его значение при $x = 0,5$. В ответ запишите полученное число.

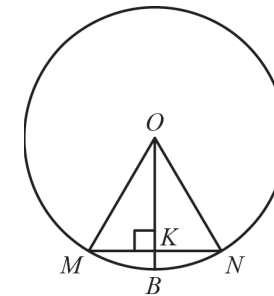
Ответ:

8 Решите неравенство $5 - 4(x - 2) < 22 - x$.

- 1) $(-3; +\infty)$ 2) $\left(-\infty; -\frac{1}{3}\right)$
 3) $\left(-\frac{1}{3}; +\infty\right)$ 4) $(-\infty; -3)$

Модуль «Геометрия»

9 Радиус OB окружности с центром в точке O пересекает хорду MN в её середине – точке K . Найдите длину хорды MN , если $KB = 1$ см, а радиус окружности равен 13 см.

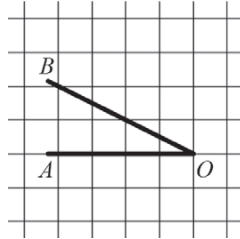


Ответ:

10 Основания трапеции равны 4 см и 10 см. Диагональ трапеции делит среднюю линию на два отрезка. Найдите длину большего из них.

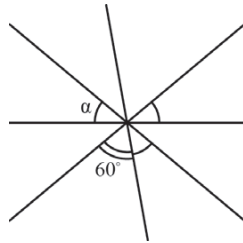
Ответ:

11 Чему равен синус угла AOB ?



- 1) $\frac{1}{2}$ 2) $\frac{2}{\sqrt{5}}$ 3) $\frac{1}{\sqrt{5}}$ 4) $\frac{\sqrt{5}}{2}$

12 Углы, отмеченные на рисунке одной дугой, равны. Найдите угол α . Ответ дайте в градусах.



Ответ:

13 Укажите в ответе номера верных утверждений.

- 1) Если при пересечении двух прямых третьей сумма накрест лежащих углов равна 180° , то прямые параллельны.
- 2) Если в прямоугольнике диагонали перпендикулярны, то этот прямоугольник – квадрат.
- 3) Если два угла и сторона одного треугольника соответственно равны двум углам и стороне другого треугольника, то такие треугольники равны.

Ответ:

Модуль «Реальная математика»

14 Дорожный знак, изображённый на рисунке, называется «Ограничение высоты». Его устанавливают перед мостами, тоннелями и прочими сооружениями, чтобы запретить проезд транспортного средства, габариты которого (с грузом или без груза) превышают установленную высоту.



Какому из данных транспортных средств этот знак запрещает проезд?

- 1) молоковозу высотой 3770 мм
- 2) пожарному автомобилю высотой 3400 мм
- 3) автоопливозаправщику высотой 2900 мм
- 4) автоцистерне высотой 3350 мм

15 На графике изображена зависимость атмосферного давления (в миллиметрах ртутного столба) от высоты над уровнем моря (в километрах).



На сколько миллиметров ртутного столба отличается давление на высоте 2 км от давления на высоте 8 км?

Ответ:

- 1) молоковозу высотой 3770 мм
- 2) пожарному автомобилю высотой 3400 мм
- 3) автоопливозаправщику высотой 2900 мм
- 4) автоцистерне высотой 3350 мм

16 Плата за коммунальные услуги составляла 800 р. Сколько рублей придётся заплатить за коммунальные услуги после их подорожания на 6,5%?

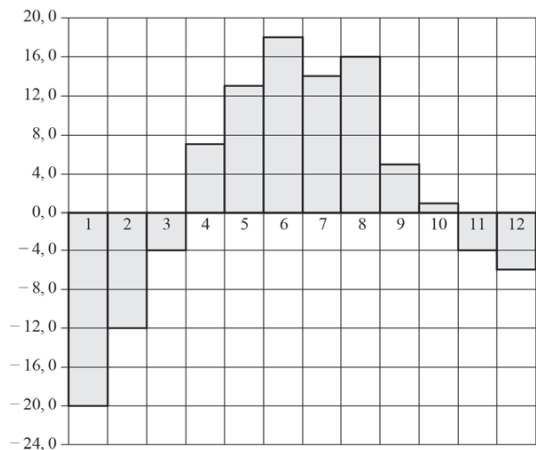
Ответ:

17 Сколько всего осей симметрии имеет фигура, изображённая на рисунке?



Ответ:

18 На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в г. Екатеринбурге (Свердловске) за каждый месяц 1973 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Выпишите номера месяцев, среднемесячная температура которых была выше 15 °С.



Ответ:

19 Из 1400 новых карт памяти в среднем 56 неисправны. Какова вероятность того, что случайно выбранная карта памяти исправна?

Ответ:

20 За 20 мин велосипедист проехал 7 км. Сколько километров он проедет за t мин, если будет ехать с той же скоростью? Запишите соответствующее выражение.

Ответ:

Часть 2

При выполнении заданий 21–26 используйте отдельный лист. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво.

Модуль «Алгебра»

21 Упростите выражение: $\frac{10 \cdot 2^n}{2^{n+1} + 2^{n-1}}$.

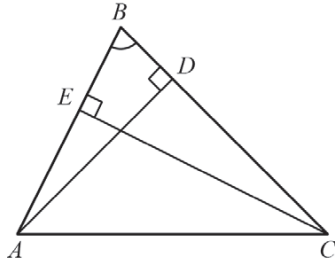
22 Известно, что парабола проходит через точку $B(-1; -\frac{1}{4})$ и её вершина находится в начале координат. Найдите уравнение этой параболы и вычислите, в каких точках она пересекает прямую $y = -16$.

23 Найдите наименьшее значение выражения $(5x + 4y + 6)^2 + (3x + 4y + 2)^2$ и значения x и y , при которых оно достигается.

Модуль «Геометрия»

24 Окружность проходит через вершины A и C треугольника ABC и пересекает его стороны AB и BC в точках K и E соответственно. Отрезки AE и CK перпендикулярны. Найдите $\angle KCB$, если $\angle ABC = 20^\circ$.

- 25 В остроугольном треугольнике ABC проведены высоты CE и AD . Докажите, что $\triangle ABD$ подобен $\triangle CBE$.



- 26 Диагонали четырёхугольника $ABCD$, вершины которого расположены на окружности, пересекаются в точке M . Известно, что $\angle ABC = 72^\circ$, $\angle BCD = 102^\circ$, $\angle AMD = 110^\circ$. Найдите $\angle ACD$.

Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом

Модуль «Алгебра»

21 Упростите выражение: $\frac{5^{n+1} - 5^{n-1}}{2 \cdot 5^n}$.

Решение.

$$\frac{5^{n+1} - 5^{n-1}}{2 \cdot 5^n} = \frac{25 \cdot 5^{n-1} - 5^{n-1}}{2 \cdot 5^n} = \frac{5^{n-1}(25 - 1)}{2 \cdot 5^n} = \frac{24}{10} = 2,4.$$

Ответ: 2,4.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Преобразования выполнены верно, получен верный ответ	2
Решение доведено до конца, но допущена ошибка или описка вычислительного характера, с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно	1
Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	2

22 Известно, что парабола проходит через точку $B\left(-1; \frac{1}{4}\right)$ и её вершина находится в начале координат. Найдите уравнение этой параболы и вычислите, в каких точках она пересекает прямую $y = 9$.

Решение.

Уравнение параболы, вершина которой находится в начале координат: $y = ax^2$. Парабола проходит через точку B , поэтому $\frac{1}{4} = a \cdot (-1)^2$, откуда $a = \frac{1}{4}$. Уравнение параболы: $y = \frac{1}{4}x^2$. Абсциссы точек пересечения с прямой $y = 9$ найдём из уравнения

$$\frac{1}{4}x^2 = 9: x_1 = 6, x_2 = -6.$$

Ответ: $y = \frac{1}{4}x^2, (6; 9), (-6; 9)$.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Задание выполнено верно: верно составлено уравнение параболы и обе точки пересечения параболы и заданной прямой	3
Решение доведено до конца, но допущена ошибка или описка вычислительного характера при нахождении координат точек	2
Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	3

23 Найдите наименьшее значение выражения $(5x - 4y + 3)^2 + (3x - y - 1)^2$ и значения x и y , при которых оно достигается.

Решение.

При любых значениях x и y имеем $(5x - 4y + 3)^2 + (3x - y - 1)^2 \geq 0$. Значение, равное 0, достигается только в том случае, когда $5x - 4y + 3$ и $3x - y - 1$ равны нулю одновременно.

Составим систему уравнений

$$\begin{cases} 5x - 4y + 3 = 0; \\ 3x - y - 1 = 0. \end{cases}$$

Решив её, получим $x = 1, y = 2$.

Таким образом, наименьшее значение выражения равно 0, оно достигается при $x = 1, y = 2$.

Ответ: 0, при $x = 1, y = 2$.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Задание выполнено верно: верно найдено наименьшее значение выражения и значения x и y , при которых оно достигается	4
Решение доведено до конца, но допущена ошибка или описка вычислительного характера, с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно	3
Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	4

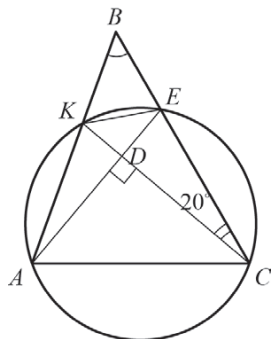
Модуль «Геометрия»

24 Окружность проходит через вершины A и C треугольника ABC и пересекает его стороны AB и BC в точках K и E соответственно. Отрезки AE и CK перпендикулярны. Найдите $\angle ABC$, если $\angle KCB = 20^\circ$.

Решение.

Из $\triangle CDE$ имеем $\angle DEC = 90^\circ - 20^\circ = 70^\circ$, тогда $\angle BEA = 180^\circ - 70^\circ = 110^\circ$.

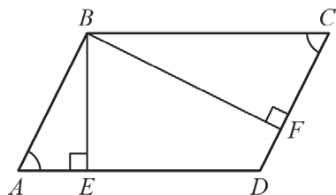
Далее $\angle BAE = \angle BCK$, так как они опираются на одну дугу окружности; следовательно, $\angle BKC = \angle BEA$. В четырёхугольнике $BKDE$ имеем $\angle KBE = 360^\circ - 90^\circ - 2 \cdot 110^\circ = 50^\circ$.



Ответ: 50° .

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ	2
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но не даны объяснения или допущена одна вычислительная ошибка	1
Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	2

25 В параллелограмме $ABCD$ проведены высоты BE и BF . Докажите, что $\triangle ABE$ подобен $\triangle CBF$.



Доказательство.

В треугольниках ABE и CBF имеем $\angle A = \angle C$ как противоположные углы параллелограмма, $\angle BEA = \angle CFB$ как прямые углы, значит треугольники подобны по первому признаку подобия треугольников.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Доказательство верное	3
Доказательство в целом верное, но содержит неточности	2
Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	3

26 Диагонали четырёхугольника $ABCD$, вершины которого расположены на окружности, пересекаются в точке M . Известно, что $\angle ABC = 74^\circ$, $\angle BCD = 102^\circ$, $\angle AMD = 112^\circ$. Найдите $\angle ACD$.

Решение.

Пусть $\angle ACD = x$.

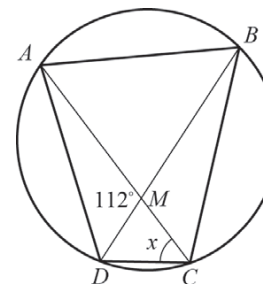
$$\angle DMC = 180^\circ - 112^\circ = 68^\circ;$$

$$\angle DMC = \angle DBC + \angle BCA;$$

$$\angle BCA = 102^\circ - x;$$

$$\angle DBC + 102^\circ - x = 68^\circ; x = \angle DBC + 34^\circ.$$

$$\angle DBC + \angle ABD = 74^\circ; \angle ABD = x; \angle DBC = 74^\circ - x; 2x = 108^\circ, x = 54^\circ.$$



Ответ: 54° .

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ	4
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но допущена одна вычислительная ошибка	3
Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	4

Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом

Модуль «Алгебра»

21 Упростите выражение: $\frac{10 \cdot 2^n}{2^{n+1} + 2^{n-1}}$.

Решение.

$$\frac{10 \cdot 2^n}{2^{n+1} + 2^{n-1}} = \frac{10 \cdot 2^n}{4 \cdot 2^{n-1} + 2^{n-1}} = \frac{10 \cdot 2^n}{(4+1) \cdot 2^{n-1}} = \frac{10 \cdot 2}{5} = 4.$$

Ответ: 4.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Преобразования выполнены верно, получен верный ответ	2
Решение доведено до конца, но допущена ошибка или описка вычислительного характера, с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно	1
Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	2

22 Известно, что парабола проходит через точку $B\left(-1; -\frac{1}{4}\right)$ и её вершина находится в начале координат. Найдите уравнение этой параболы и вычислите, в каких точках она пересекает прямую $y = -16$.

Решение.

Уравнение параболы, вершина которой находится в начале координат: $y = ax^2$. Парабола проходит через точку B , поэтому $-\frac{1}{4} = a \cdot (-1)^2$, откуда $a = -\frac{1}{4}$. Уравнение параболы: $y = -\frac{1}{4}x^2$. Абсциссы точек пересечения с прямой $y = -16$ найдём из уравнения $-\frac{1}{4}x^2 = -16$: $x_1 = 8, x_2 = -8$.

Ответ: $y = -\frac{1}{4}x^2, (8; -16), (-8; -16)$.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Задание выполнено верно: верно составлено уравнение параболы и обе точки пересечения параболы и заданной прямой	3
Решение доведено до конца, но допущена ошибка или описка вычислительного характера при нахождении координат точек	2
Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	3

23 Найдите наименьшее значение выражения $(5x + 4y + 6)^2 + (3x + 4y + 2)^2$ и значения x и y , при которых оно достигается.

Решение.

При любых значениях x и y имеем $(5x + 4y + 6)^2 + (3x + 4y + 2)^2 \geq 0$. Значение, равное 0, достигается только в том случае, когда $5x + 4y + 6$ и $3x + 4y + 2$ равны нулю одновременно.

Составим систему уравнений

$$\begin{cases} 5x + 4y + 6 = 0; \\ 3x + 4y + 2 = 0. \end{cases}$$

Решив её, получим $x = -2, y = 1$.

Таким образом, наименьшее значение выражения равно 0, оно достигается при $x = -2, y = 1$.

Ответ: 0, при $x = -2, y = 1$.

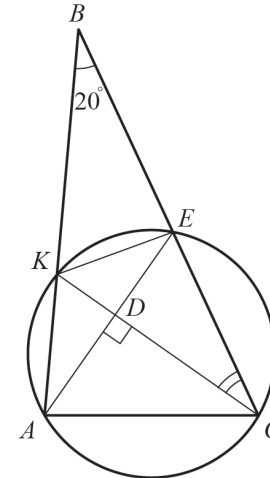
Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Задание выполнено верно: верно найдено наименьшее значение выражения и значения x и y , при которых оно достигается	4
Решение доведено до конца, но допущена ошибка или описка вычислительного характера, с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно	3
Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	4

Модуль «Геометрия»

24 Окружность проходит через вершины A и C треугольника ABC и пересекает его стороны AB и BC в точках K и E соответственно. Отрезки AE и CK перпендикулярны. Найдите $\angle KCB$, если $\angle ABC = 20^\circ$.

Решение.

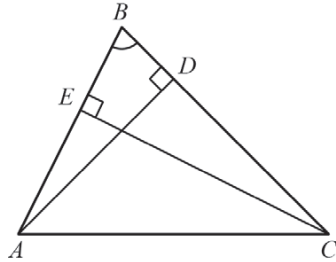
$\angle AKC = \angle AEC$, так как они опираются на одну дугу окружности; следовательно, имеем $\angle BKC = \angle BEA$ как смежные с ними. В четырёхугольнике $BKDE$ имеем $\angle BKC = \frac{1}{2}(360^\circ - 90^\circ - 20^\circ) = 125^\circ$. В $\triangle BKC$ имеем $\angle KCB = 180^\circ - 125^\circ - 20^\circ = 35^\circ$.



Ответ: 35° .

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ	2
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но не даны объяснения или допущена одна вычислительная ошибка	1
Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	2

25 В остроугольном треугольнике ABC проведены высоты CE и AD . Докажите, что $\triangle ABD$ подобен $\triangle CBE$.



Доказательство.

В треугольниках ABD и CBE угол B – общий, $\angle BDA = \angle BEC$ как прямые углы, значит, треугольники подобны по первому признаку подобия треугольников.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Доказательство верное	3
Доказательство в целом верное, но содержит неточности	2
Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	3

26 Диагонали четырёхугольника $ABCD$, вершины которого расположены на окружности, пересекаются в точке M . Известно, что $\angle ABC = 72^\circ$, $\angle BCD = 102^\circ$, $\angle AMD = 110^\circ$. Найдите $\angle ACD$.

Решение.

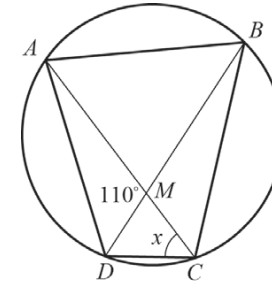
Пусть $\angle ACD = x$.

$$\angle DMC = 180^\circ - 110^\circ = 70^\circ;$$

$$\angle DMC = \angle DBC + \angle BCA;$$

$$\angle BCA = 102^\circ - x; \quad \angle DBC + 102^\circ - x = 70^\circ; \quad x = \angle DBC + 32^\circ.$$

$$\angle DBC + \angle ABD = 72^\circ; \quad \angle ABD = x; \quad \angle DBC = 72^\circ - x; \quad 2x = 104^\circ, \quad x = 52^\circ.$$



Ответ: 52° .

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ	4
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но допущена одна вычислительная ошибка	3
Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	4

Ответы к заданиям

Вариант 3

№ задания	Ответ
1	-0,25.
2	2.
3	1.
4	-0,25; 0,25 или 0,25; -0,25
5	1;2 или 2;1
6	8.
7	-10.
8	4
9	8
10	6.

№ задания	Ответ
11	2
12	40
13	1.
14	3.
15	320
16	844.
17	5
18	1;2 или 2;1
19	0,94
20	$\frac{23t}{15}$

Ответы к заданиям

Вариант 4

№ задания	Ответ
1	-6,5
2	3
3	3
4	0,2; -0,2 или -0,2; 0,2
5	1;4 или 4;1
6	8
7	-3,75
8	1
9	10
10	5

№ задания	Ответ
11	3
12	40
13	2
14	1
15	320
16	852
17	8
18	6;8 или 8;6
19	0,96
20	$\frac{7t}{20}$

Часть 1

Модуль "Алгебра"

1 Найдите значения выражений. В ответе укажите номер наибольшего из найденных значений.

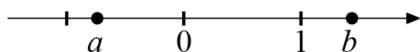
1) $1,8 - \frac{3}{5}$

2) $1\frac{1}{3} : \frac{1}{6}$

3) $\frac{0,8+0,3}{1,2}$

Ответ:

2 Выберите верное утверждение относительно чисел a и b , расположенных на числовой прямой.



1) $a - b > 0$

2) $ab > 0$

3) $0 < \frac{1}{a}$

4) $1 < |b|$

3 Укажите два соседних целых числа, между которыми заключено число $2\sqrt{11}$.

1) 2 и 3

2) 6 и 7

3) 11 и 12

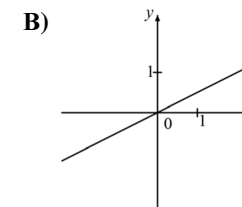
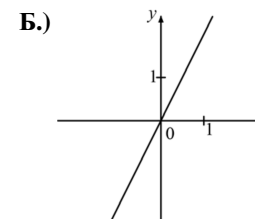
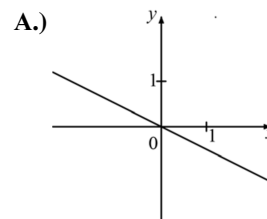
4) 45 и 46

4 Найдите корни уравнения $2x^2 - 11x - 6 = 0$.

Ответ:

5 На рисунке изображены графики трёх функций, задаваемых формулами вида $y = kx$. Укажите для каждого графика соответствующую ему формулу, выбрав её из числа приведённых ниже.

ГРАФИКИ



ФУНКЦИИ

1.) $y = 2x$

2.) $y = -2x$

3.) $y = \frac{1}{2}x$

4.) $y = -\frac{1}{2}x$

Ответ:

А	Б	В

6 Запишите в ответе номера верных равенств.

1) $a^2 - 10a + 25 = (a - 5)^2$

2) $25 - a^2 = (5 + a)(a - 5)$

3) $(b - 1)(a - 5) = -(1 - b)(a - 5)$

4) $(a + 1)(2a - 5) = 2a^2 + 2a - 5$

Ответ:

7 Упростите выражение $\frac{b}{a^2 - ab} : \frac{b}{a^2 - b^2}$ и найдите его значение при $a = -0,7$, $b = 2,1$.

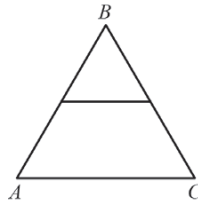
Ответ:

8 Решите уравнение $\frac{2-x}{4} + x = 1$.

Ответ:

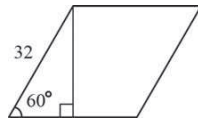
Модуль "Геометрия"

9 Периметр равностороннего треугольника ABC равен 24 см. Найдите длину средней линии этого треугольника.



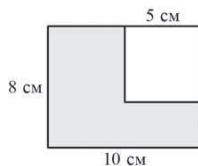
Ответ:

10 Сторона ромба равна 32, а острый угол равен 60° . Высота ромба, опущенная из вершины тупого угла, делит сторону на два отрезка. Каковы длины этих отрезков?



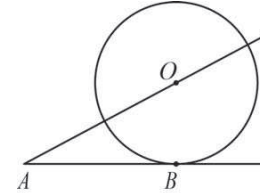
Ответ:

11 Из прямоугольника со сторонами 10 см и 8 см вырезан квадрат со стороной 5 см. Найдите площадь оставшейся части. Ответ дайте в см^2 .



Ответ:

12 К окружности с центром в точке O проведены касательная AB и секущая AO . Найдите радиус окружности, если $AB=15$ см, $AO=17$ см.



Ответ:

13 Укажите в ответе номера **верных** утверждений.

- 1) Существует прямоугольник, диагонали которого перпендикулярны.
- 2) Через точку, не лежащую на данной прямой, можно провести прямую, параллельную этой прямой.
- 3) Если три угла одного треугольника соответственно равны трём углам другого треугольника, то такие треугольники равны.

Ответ:

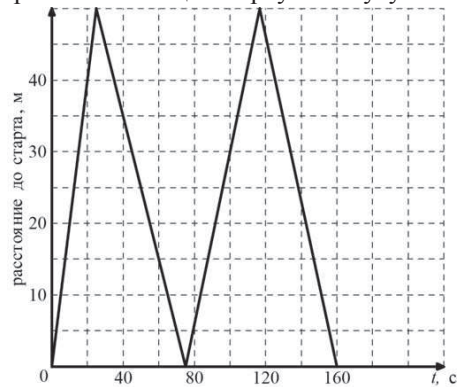
Модуль "Реальная математика"

14 Куриные яйца в зависимости от их массы подразделяют на пять категорий: высшая, отборная, первая, вторая и третья. Используя данные, представленные в таблице, определите, к какой категории относится яйцо, массой 60,7 г.

Категория	Масса одного яйца, не менее, г
Высшая	75,0 и выше
Отборная	65,0 - 74,9
Первая	55,0 - 64,9
Вторая	45,0 - 54,9
Третья	35,0 - 44,9

Ответ:

- 15 На тренировке в 50-метровом бассейне пловец проплыл 200-метровую дистанцию. На рисунке изображён график зависимости расстояния между пловцом и точкой старта от времени движения пловца. Определите расстояние (в метрах), которое проплыл пловец за первую минуту заплыва.

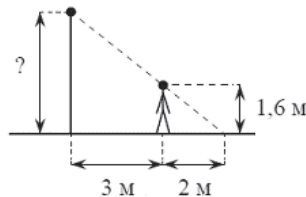


Ответ:

- 16 Площадь земель крестьянского хозяйства, занятая под посадку сельскохозяйственных культур, составляет 49 га и распределена между зерновыми культурами и картофелем в отношении 2:5. Сколько гектаров занимают зерновые культуры?

Ответ:

- 17 Человек, рост которого 1,6 м, стоит на расстоянии 3 м от уличного фонаря. При этом длина его тени равна 2 м. Определите высоту фонаря (в м).



Ответ:

- 18 На диаграмме представлена информация о количестве сотовых телефонов, проданных четырьмя ведущими торговыми компаниями в 2004 г. Сколько телефонов было продано в этом году двумя ведущими компаниями – Евросеть и Связной? Ответ укажите в миллионах штук.



Ответ:

- 19 На столе стоят стаканы с фруктовыми йогуртами, одинаковыми на вид: 9 с вишневым и 6 с клубничным. Катя наугад берет один стакан. Найдите вероятность того, что это будет вишневый йогурт.

Ответ:

- 20 Высоту h (в м), на которой через t секунд окажется тело, свободно падающее с некоторой высоты H (в м), можно приближенно вычислить по формуле $h = H - 5t^2$. На какой высоте окажется тело через 3 секунды полёта с 50-тиметровой высоты?

Ответ:

Часть 2

При выполнении заданий 21–26 используйте отдельный лист. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво.

Модуль "Алгебра"

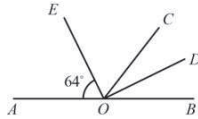
21 | Упростите выражение $\frac{\sqrt{\sqrt{10}-2} \cdot \sqrt{\sqrt{10}+2}}{\sqrt{24}}$.

22 | Один из корней уравнения $5x^2 - 2x + 3p = 0$ равен 1. Найдите второй корень.

23 | Найдите наименьшее значение выражения и значения x и y , при которых оно достигается $|6x + y + 5| + |3x + 2y + 1|$.

Модуль "Геометрия"

24 | Найдите величину угла DOB , если OE – биссектриса угла AOC , OD – биссектриса угла COB .



25 | В параллелограмме $ABCD$ точка M — середина стороны AB . Известно, что $MC = MD$. Докажите, что данный параллелограмм — прямоугольник.

26 | Основание AC равнобедренного треугольника ABC равно 12. Окружность радиуса 8 с центром вне этого треугольника касается продолжения боковых сторон треугольника и касается основания AC в его середине. Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник ABC .

Часть 1

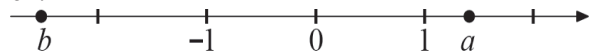
Модуль "Алгебра"

1 Найдите значения выражений. В ответе укажите номер наименьшего из найденных значений.

1) $1,8 - \frac{3}{5}$ 2) $1\frac{1}{3} : \frac{1}{6}$ 3) $\frac{1,2}{0,3 + 0,8}$

Ответ:

2 Выберите верное утверждение относительно чисел a и b , расположенных на числовой прямой.



- 1) $a - b < 0$ 2) $ab > 0$ 3) $b < \frac{1}{a} < 1$ 4) $|a| > |b|$

3 Укажите два соседних целых числа, между которыми заключено число $3\sqrt{11}$.

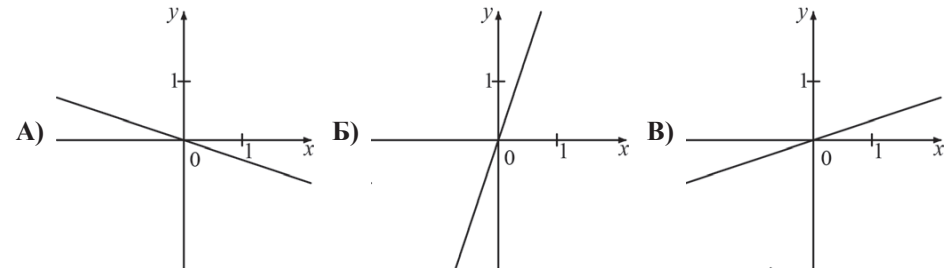
- 1) 3 и 4 2) 9 и 10 3) 11 и 12 4) 99 и 100

4 Найдите корни уравнения $2x^2 + 13x - 7 = 0$.

Ответ:

5 На рисунке изображены графики трёх функций, задаваемых формулами вида $y = kx$. Укажите для каждого графика соответствующую ему формулу, выбрав её из числа приведённых ниже.

ГРАФИКИ



ФУНКЦИИ

- 1) $y = 3x$ 2) $y = \frac{1}{3}x$ 3) $y = -3x$ 4) $y = -\frac{1}{3}x$

Ответ:

А	Б	В
<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>

6 Запишите в ответе номера **верных** равенств.

- 1) $(2 - b)(b + 2) = 4 - b^2$
 2) $-(b - 2)(3 - 4b) = (2 - b)(4b - 3)$
 3) $(b + 2)(3 - 2b) = 6 - b - 4b^2$
 4) $(b - 4)^2 = b^2 - 4b + 16$

Ответ:

7 Упростите выражение $\frac{a}{a^2 + ab} : \frac{a}{a^2 - b^2}$ и найдите его значение при $a = 0,7$, $b = -2,1$.

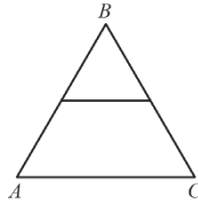
Ответ:

8 Решите уравнение $\frac{x-5}{4} - x = 1$.

Ответ:

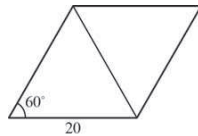
Модуль "Геометрия"

9 Периметр равностороннего треугольника ABC равен 36 см. Найдите длину средней линии этого треугольника.



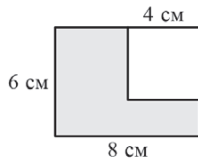
Ответ:

10 Сторона ромба равна 20, а острый угол равен 60° . Найдите длину меньшей диагонали ромба.



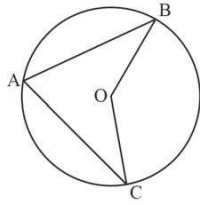
Ответ:

11 Из прямоугольника со сторонами 6 см и 8 см вырезан квадрат со стороной 4 см. Найдите площадь оставшейся части. Ответ дайте в см^2 .



Ответ:

12 Точка O – центр окружности, $\angle BAC = 70^\circ$ (см. рисунок). Найдите величину угла BOC (в градусах).



Ответ:

13 Укажите в ответе номера **неверных** утверждений.

- 1) Два угла с общей стороной называются смежными.
- 2) На прямой можно отложить только один отрезок заданной длины.
- 3) Если три стороны одного треугольника соответственно равны трём сторонам другого треугольника, то такие треугольники равны.

Ответ:

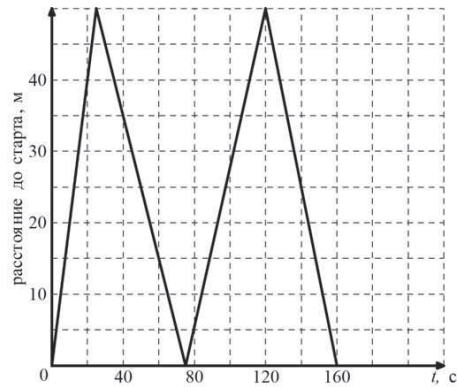
Модуль "Реальная математика"

14 Куриные яйца в зависимости от их массы подразделяют на пять категорий: высшая, отборная, первая, вторая и третья. Используя данные, представленные в таблице, определите, к какой категории относится яйцо, массой 41,4 г.

Категория	Масса одного яйца, не менее, г
Высшая	75,0 и выше
Отборная	65,0 - 74,9
Первая	55,0 - 64,9
Вторая	45,0 - 54,9
Третья	35,0 - 44,9

Ответ:

- 15 На тренировке в 50-метровом бассейне пловец проплыл 200-метровую дистанцию. На рисунке изображён график зависимости расстояния между пловцом и точкой старта от времени движения пловца. Определите расстояние (в метрах), которое осталось проплыть пловцу через 2 минуты от начала заплыва.

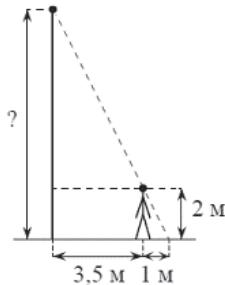


Ответ:

- 16 Спортивный магазин проводит акцию: «Любая футболка по цене 200 р. При покупке двух футболок – скидка на вторую 80%». Сколько рублей придётся заплатить за покупку двух футболок?

Ответ:

- 17 Человек, рост которого 2 м, стоит на расстоянии 3,5 м от уличного фонаря. При этом длина его тени равна 1 м. Определите высоту фонаря (в м).



Ответ:

- 18 На диаграмме представлена информация о количестве сотовых телефонов, проданных четырьмя ведущими торговыми компаниями в 2004 г. Примерно во сколько раз компанией Евросеть было продано больше телефонов, чем компанией Диксис?



Ответ:

- 19 На столе стоят стаканы с фруктовыми йогуртами, одинаковыми на вид: 9 с вишневым и 6 с клубничным. Катя наугад берет один стакан. Найдите вероятность того, что это будет клубничный йогурт.

Ответ:

- 20 Высоту h (в м), на которой через t секунд окажется тело, брошенное вертикально вверх с начальной скоростью v м/с, можно приблизительно вычислить по формуле $h = vt - 5t^2$. На сколько метров выше взлетит за 1 секунду тело, подброшенное вертикально вверх, при начальной скорости 15 м/с, чем при начальной скорости 10 м/с?

Ответ:

Часть 2

При выполнении заданий 21–26 используйте отдельный лист. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво.

Модуль "Алгебра"

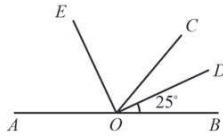
21 | Упростите выражение $\frac{\sqrt{54}}{\sqrt{\sqrt{15} + 3} \cdot \sqrt{\sqrt{15} - 3}}$.

22 | Один из корней уравнения $4x^2 - x + 3m = 0$ равен 1. Найдите второй корень.

23 | Найдите наименьшее значение выражения и значения x и y , при которых оно достигается: $|3x + 4y - 1| + |x - 5y + 6|$.

Модуль "Геометрия"

24 | Найдите величину угла AOE , если OE – биссектриса угла AOC , OD – биссектриса угла COB .



25 | В параллелограмме $ABCD$ точка K — середина стороны AB . Известно, что $KC = KD$. Докажите, что данный параллелограмм — прямоугольник.

26 | Основание AC равнобедренного треугольника ABC равно 8. Окружность радиуса 6 с центром вне этого треугольника касается продолжения боковых сторон треугольника и касается основания AC в его середине. Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник ABC .

Часть 1

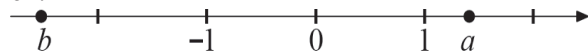
Модуль "Алгебра"

1 Найдите значения выражений. В ответе укажите номер наибольшего из найденных значений.

1) $1,8 - \frac{4}{5}$ 2) $1\frac{1}{7} : 4$ 3) $\frac{0,4 + 1,7}{1,4}$

Ответ:

2 Выберите верное утверждение относительно чисел a и b , расположенных на числовой прямой.



- 1) $a - b < 0$ 2) $|b| < |a|$ 3) $b < \frac{1}{a} < 0$ 4) $-ab > 0$

3 Укажите два соседних целых числа, между которыми заключено число $3\sqrt{7}$.

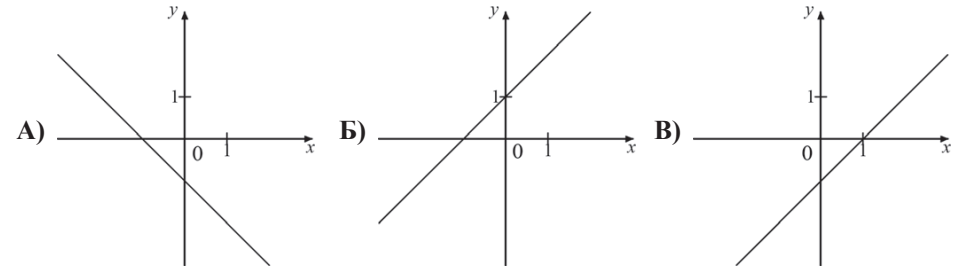
- 1) 3 и 4 2) 7 и 8 3) 8 и 9 4) 63 и 64

4 Найдите корни уравнения $2x^2 - 13x - 7 = 0$.

Ответ:

5 На рисунке изображены графики трёх функций, задаваемых формулами вида $y = kx + b$. Укажите для каждого графика соответствующую ему формулу, выбрав её из числа приведённых ниже.

ГРАФИКИ



ФУНКЦИИ

- 1) $y = x + 1$ 2) $y = x - 1$ 3) $y = -x + 1$ 4) $y = -x - 1$

Ответ:

А	Б	В

6 Запишите в ответе номера **верных** равенств.

- 1) $a^2 - 3a + 9 = (a - 3)^2$
 2) $9 - a^2 = (3 + a)(a - 3)$
 3) $(b + 1)(a - 3) = -(1 + b)(3 - a)$
 4) $(a - 1)(2a - 3) = 2a^2 - 5a + 3$

Ответ:

7 Упростите выражение $\frac{b}{a^2 - b^2} : \frac{b}{a^2 + ab}$ и найдите его значение при $a = -0,7$, $b = 2,1$.

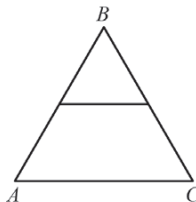
Ответ:

8 Решите уравнение $\frac{5-x}{3} - x = 1$.

Ответ:

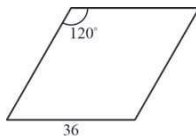
Модуль "Геометрия"

9 Средняя линия равностороннего треугольника ABC равна 8 см. Найдите периметр этого треугольника.



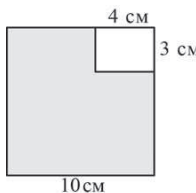
Ответ:

10 Сторона ромба равна 36, а тупой угол равен 120° . Найдите длину меньшей диагонали ромба.



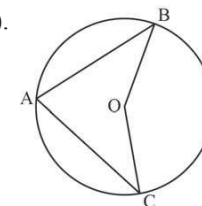
Ответ:

11 Из квадрата со стороной 10 см вырезан прямоугольник со сторонами 3 см и 4 см. Найдите площадь оставшейся части. Ответ дайте в см^2 .



Ответ:

12 Точка O – центр окружности, $\angle BAC = 75^\circ$ (см. рисунок). Найдите величину угла BOC (в градусах).



Ответ:

13 Укажите в ответе номера **верных** утверждений.

- 1) Существует параллелограмм, диагонали которого равны
- 2) Через точку, лежащую на данной прямой, можно провести прямую, перпендикулярную этой прямой
- 3) Если две стороны одного треугольника соответственно равны двум сторонам другого треугольника, то такие треугольники равны

Ответ:

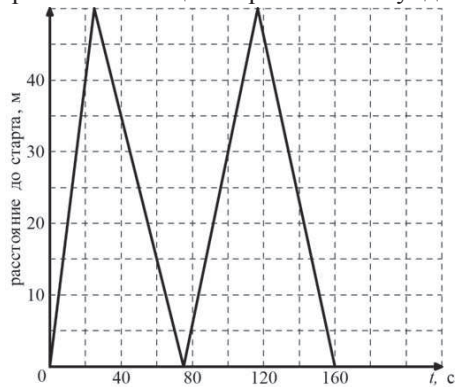
Модуль "Реальная математика"

14 Куриные яйца в зависимости от их массы подразделяют на пять категорий: высшая, отборная, первая, вторая и третья. Используя данные, представленные в таблице, определите, к какой категории относится яйцо, массой 49,2 г.

Категория	Масса одного яйца, не менее, г
Высшая	75,0 и выше
Отборная	65,0 - 74,9
Первая	55,0 - 64,9
Вторая	45,0 - 54,9
Третья	35,0 - 44,9

Ответ:

- 15 На тренировке в 50-метровом бассейне пловец проплыл 200-метровую дистанцию. На рисунке изображён график зависимости расстояния между пловцом и точкой старта от времени движения пловца. Определите расстояние (в метрах), которое проплыл пловец за первые 100 секунд заплыва.

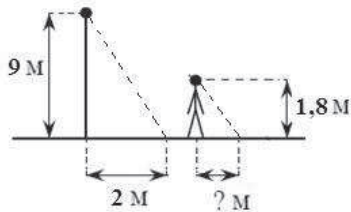


Ответ:

- 16 Спортивный магазин проводит акцию: «Любой свитер по цене 600 р. При покупке двух свитеров – скидка на второй 80%». Сколько рублей придётся заплатить за покупку двух свитеров?

Ответ:

- 17 Столб высотой 9 м отбрасывает тень длиной 2 м. Найдите длину (в м) тени человека ростом 1,8 м, стоящего около этого столба.



Ответ:

- 18 На диаграмме представлена информация о количестве сотовых телефонов, проданных четырьмя ведущими торговыми компаниями в 2004 г. На сколько телефонов компанией Связной было продано больше, чем компанией Диксис в этом году? Ответ укажите в миллионах штук.



Ответ:

- 19 На тарелке лежат пирожки, одинаковые на вид: 8 с мясом, 4 с капустой и 3 с вишней. Катя наугад выбирает один пирожок. Найдите вероятность того, что пирожок окажется с вишней.

Ответ:

- 20 Высоту h (в м), на которой через t секунд окажется тело, брошенное вертикально вверх с начальной скоростью v м/с, можно приблизительно вычислить по формуле $h = vt - 5t^2$. На сколько метров взлетит за 2 секунды тело, брошенное вертикально вверх с начальной скоростью 20 м/с?

Ответ:

Часть 2

При выполнении заданий 21–26 используйте отдельный лист. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво.

Модуль "Алгебра"

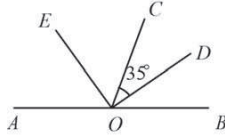
21 | Упростите выражение $\frac{\sqrt{\sqrt{15}-3} \cdot \sqrt{\sqrt{15}+3}}{\sqrt{24}}$.

22 | Один из корней уравнения $5x^2 + 7x + 2m = 0$ равен -1 . Найдите второй корень.

23 | Найдите наименьшее значение выражения и значения x и y , при которых оно достигается $|6x + 5y + 7| + |2x + 3y + 1|$.

Модуль "Геометрия"

24 | Найдите величину угла COE , если OE – биссектриса угла AOC , OD – биссектриса угла COB .



25 | Противоположные углы четырехугольника попарно равны. Докажите, что этот четырехугольник – параллелограмм.

26 | Основание AC равнобедренного треугольника ABC равно 6. Окружность радиуса 5 с центром вне этого треугольника касается продолжения боковых сторон треугольника и касается основания AC в его середине. Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник ABC .

Часть 1

Модуль "Алгебра"

1 Найдите значения выражений. В ответе укажите номер наименьшего из найденных значений.

1) $1,8 - \frac{3}{5}$ 2) $1\frac{1}{3} : \frac{1}{6}$ 3) $\frac{0,8 + 0,3}{1,2}$

Ответ:

2 Выберите верное утверждение относительно чисел a и b , расположенных на числовой прямой.



- 1) $b - a < 0$ 2) $ab > 0$ 3) $0 < \frac{1}{b} < 1$ 4) $|a| < 0$

3 Укажите два соседних целых числа, между которыми заключено число $3\sqrt{5}$.

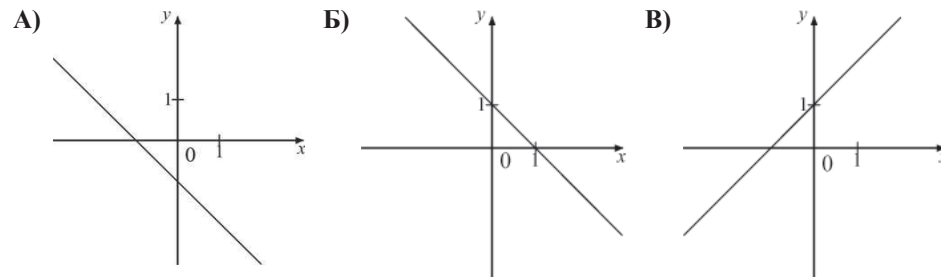
- 1) 3 и 4 2) 4 и 5 3) 6 и 7 4) 45 и 46

4 Найдите корни уравнения $2x^2 + 11x - 6 = 0$.

Ответ:

5 На рисунке изображены графики трёх функций, задаваемых формулами вида $y = kx + b$. Укажите для каждого графика соответствующую ему формулу, выбрав её из числа приведённых ниже.

ГРАФИКИ



ФУНКЦИИ

- 1) $y = x + 1$ 2) $y = x - 1$ 3) $y = -x + 1$ 4) $y = -x - 1$

Ответ:

А	Б	В
<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>

6 Запишите в ответе номера **верных** равенств.

- 1) $(4 - b)(b + 4) = b^2 - 16$
 2) $-(b - 1)(3 - 4b) = (1 - b)(4b - 3)$
 3) $(b + 1)(3 - 2b) = 3 + b - 2b^2$
 4) $(b - 4)^2 = b^2 - 8b + 16$

Ответ:

7 Упростите выражение $\frac{a}{a^2 - b^2} : \frac{a}{ab - a^2}$ и найдите его значение при $a = 0,7$, $b = -2,1$.

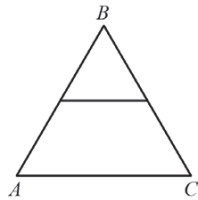
Ответ:

8 Решите уравнение $\frac{x-4}{3} - x = 1$.

Ответ:

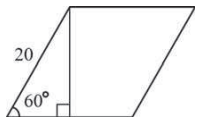
Модуль "Геометрия"

9 Средняя линия равносрного треугольника ABC равна 7 см. Найдите периметр этого треугольника.



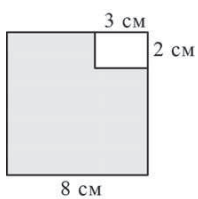
Ответ:

10 Сторона ромба равна 20, а острый угол равен 60° . Высота ромба, опущенная из вершины тупого угла, делит сторону на два отрезка. Каковы длины этих отрезков?



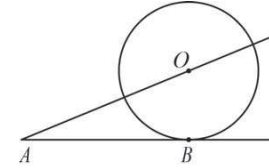
Ответ:

11 Из квадрата со стороной 8 см вырезан прямоугольник со сторонами 3 см и 2 см. Найдите площадь оставшейся части. Ответ дайте в см^2 .



Ответ:

12 К окружности с центром в точке O проведены касательная AB и секущая AO . Найдите радиус окружности, если $AB=12$ см, $AO=13$ см.



Ответ:

13 Укажите в ответе номера **верных** утверждений.

- 1) Если у параллелограмма есть один прямой угол, то этот параллелограмм - прямоугольник
- 2) Через две точки плоскости можно провести две различные прямые
- 3) Если две стороны и угол между ними одного треугольника соответственно равны двум сторонам и углу между ними другого треугольника, то такие треугольники равны

Ответ:

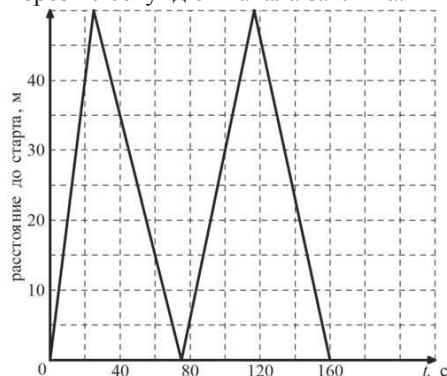
Модуль "Реальная математика"

14 Куриные яйца в зависимости от их массы подразделяют на пять категорий: высшая, отборная, первая, вторая и третья. Используя данные, представленные в таблице, определите, к какой категории относится яйцо, массой 71,2 г.

Категория	Масса одного яйца, не менее, г
Высшая	75,0 и выше
Отборная	65,0 - 74,9
Первая	55,0 - 64,9
Вторая	45,0 - 54,9
Третья	35,0 - 44,9

Ответ:

- 15 На тренировке в 50-метровом бассейне пловец проплыл 200-метровую дистанцию. На рисунке изображён график зависимости расстояния между пловцом и точкой старта от времени движения пловца. Определите расстояние до старта (в метрах) через 40 секунд от начала заплыва.

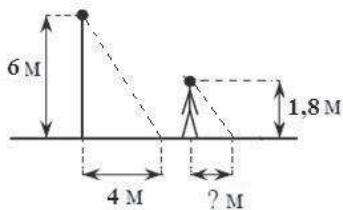


Ответ:

- 16 Площадь земель крестьянского хозяйства, занятая под посадку сельскохозяйственных культур, составляет 24 га и распределена между зерновыми и овощными культурами в отношении 5:3. Сколько гектаров занимают зерновые культуры?

Ответ:

- 17 Столб высотой 6 м отбрасывает тень длиной 4 м. Найдите длину (в м) тени человека ростом 1,8 м, стоящего около этого столба.



Ответ:

- 18 На диаграмме представлена информация о количестве сотовых телефонов, проданных четырьмя ведущими торговыми компаниями в 2004 г. На сколько телефонов компанией Евросеть было продано больше, чем компанией Связной в этом году? Ответ укажите в миллионах штук.



Ответ:

- 19 В коробке лежат шариковые авторучки, одинаковые на вид: 5 с красной пастой, 7 с зелёной и 8 с синей. Катя наугад выбирает одну авторучку. Найдите вероятность того, что она окажется с синей пастой.

Ответ:

- 20 Высоту h (в м), на которой через t секунд окажется тело, свободно падающее с некоторой высоты H (в м), можно приближенно вычислить по формуле $h = H - 5t^2$. На какой высоте окажется тело через 2 секунды полёта с 50-метровой высоты?

Ответ:

Часть 2

При выполнении заданий 21–26 используйте отдельный лист. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво.

Модуль "Алгебра"

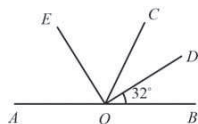
21 Упростите выражение $\frac{\sqrt{54}}{\sqrt{\sqrt{31} + 5} \cdot \sqrt{\sqrt{31} - 5}}$.

22 Один из корней уравнения $3x^2 + 5x + 2m = 0$ равен -1 . Найдите второй корень.

23 Найдите наименьшее значение выражения и значения x и y , при которых оно достигается: $|3x - 4y - 2| + |x - 5y + 3|$.

Модуль "Геометрия"

24 Найдите величину угла COE , если OE – биссектриса угла AOC , OD – биссектриса угла COB .



25 Середина стороны параллелограмма равноудалена от концов его противоположной стороны. Докажите, что данный параллелограмм – прямоугольник.

26 Основание AC равнобедренного треугольника ABC равно 10. Окружность радиуса 7,5 с центром вне этого треугольника касается продолжения боковых сторон треугольника и касается основания AC в его середине. Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник ABC .

Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом

Модуль "Алгебра"

21 Упростите выражение $\frac{\sqrt{\sqrt{10}-2} \cdot \sqrt{\sqrt{10}+2}}{\sqrt{24}}$.

Решение.

$$\frac{\sqrt{\sqrt{10}-2} \cdot \sqrt{\sqrt{10}+2}}{\sqrt{24}} = \frac{\sqrt{(\sqrt{10}-2)(\sqrt{10}+2)}}{\sqrt{24}} = \frac{\sqrt{10-4}}{\sqrt{24}} = \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{24}} = \frac{1}{\sqrt{4}} = \frac{1}{2}.$$

Ответ: $\frac{1}{2}$.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Все преобразования выполнены верно, получен верный ответ	2
По ходу решения допущена одна ошибка вычислительного характера или описка, с её учётом решение доведено до конца	1
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	2

Комментарий. Ошибки в применении формул считаются существенными; при их наличии решение не засчитывается.

22 Один из корней уравнения $5x^2 - 2x + 3p = 0$ равен 1. Найдите второй корень.

Решение.

Подставим известный корень в уравнение: $5 - 2 + 3p = 0$. Получим уравнение относительно p . Решим его: $3p = -3$; $p = -1$. Подставим p в уравнение: $5x^2 - 2x - 3 = 0$, откуда

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{4 + 4 \cdot 5 \cdot 3}}{10} = \frac{2 \pm 8}{10}, \quad x_1 = 1, \quad x_2 = -0,6.$$

Ответ: $-0,6$.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Все преобразования выполнены верно, получен верный ответ	3
По ходу решения допущена одна ошибка вычислительного характера или описка, с её учётом решение доведено до конца	2
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	3

23 Найдите наименьшее значение выражения и значения x и y , при которых оно достигается $|6x + y + 5| + |3x + 2y + 1|$.

Решение.

Сумма $|6x + y + 5| + |3x + 2y + 1|$ принимает наименьшее значение, равное 0, только в том случае, когда оба слагаемых одновременно равны 0. Получаем систему уравнений

$$\begin{cases} 6x + y + 5 = 0, \\ 3x + 2y + 1 = 0. \end{cases}$$

Решим её

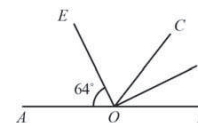
$$\begin{cases} 6x + y + 5 = 0, \\ 6x + 4y + 2 = 0, \end{cases} \quad \begin{cases} 3y - 3 = 0, \\ 6x + y + 5 = 0, \end{cases} \quad \begin{cases} y = 1, \\ 6x + 6 = 0, \end{cases} \quad \begin{cases} y = 1, \\ x = -1. \end{cases}$$

Ответ: 0; $(-1; 1)$.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Все преобразования выполнены верно, получен верный ответ	4
По ходу решения допущена одна ошибка вычислительного характера или описка, с её учётом решение доведено до конца	3
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	4

Модуль "Геометрия"

24 Найдите величину угла DOB , если OE – биссектриса угла AOC , OD – биссектриса угла COB .



Решение.

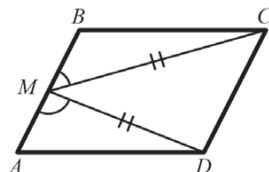
$$\angle COA = 2 \cdot 64^\circ = 128^\circ; \quad \angle BOC = 180^\circ - 128^\circ = 52^\circ; \quad \angle DOB = 52^\circ : 2 = 26^\circ.$$

Ответ: 26° .

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Решение верно, получен верный ответ	2
Допущена одна ошибка вычислительного характера или описка, с её учетом решение доведено до конца	1
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	2

25 В параллелограмме $ABCD$ точка M — середина стороны AB . Известно, что $MC = MD$. Докажите, что данный параллелограмм — прямоугольник.

Пусть точка M — середина стороны AB параллелограмма $ABCD$ — равноудалена от его вершин C и D . Тогда, треугольник CMD — равнобедренный, поэтому $\angle MCD = \angle MDC$. Поскольку прямая CD параллельна стороне AB , то $\angle BMC = \angle MCD$ и $\angle AMD = \angle MDC$ как накрест лежащие. Таким образом, $\triangle BMC = \triangle AMD$ по первому признаку равенства треугольников ($\angle BMC = \angle AMD$, $AM = BM$, $MC = MD$).



Значит, $\angle CBM = \angle DAM$. Их сумма равна 180° , т.к. это два угла параллелограмма, прилежащие к одной стороне. Следовательно, $\angle CBM = \angle DAM = 90^\circ$. По свойству параллелограмма углы B и D также прямые. Значит, $ABCD$ — прямоугольник.

Комментарий: Равенство треугольников BMC и AMD может быть доказано иначе, например, по третьему признаку равенства треугольников.

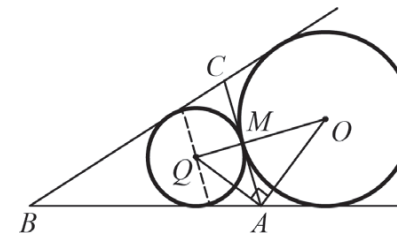
Другое возможное доказательство:

Пусть точка O — середина CD . Четырехугольник $OMBC$ является параллелограммом, поскольку его стороны OC и MB параллельны и равны. Треугольник MCD — равнобедренный, поэтому OM — его высота. Значит, $OMBC$ — прямоугольник, следовательно, угол CBM — прямой.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Доказательство верное, все шаги обоснованы	3
Доказательство содержит неточности или пробелы, например, отсутствуют ссылки на свойства параллельных прямых или параллелограмма	2
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	3

26 Основание AC равнобедренного треугольника ABC равно 12. Окружность радиуса 8 с центром вне этого треугольника касается продолжения боковых сторон треугольника и касается основания AC в его середине. Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник ABC .

Решение.



Данная окружность касается стороны AC в её середине M и продолжений сторон BA и BC треугольника ABC .

Пусть O — центр этой окружности, а Q — центр окружности, вписанной в треугольник ABC . Угол OAQ — прямой как угол между биссектрисами смежных углов. Треугольник OAQ — прямоугольный, AM — его высота. Из этого треугольника находим,

$$\text{что } AM^2 = MQ \cdot MO. \text{ Следовательно, } QM = \frac{AM^2}{OM} = \frac{9}{2} = 4,5.$$

Ответ: 4, 5.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ	4
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но даны неполные объяснения или допущена одна вычислительная ошибка	3
Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	4

Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом

Модуль "Алгебра"

21 Упростите выражение $\frac{\sqrt{54}}{\sqrt{\sqrt{15} + 3} \cdot \sqrt{\sqrt{15} - 3}}$.

Решение.

$$\frac{\sqrt{54}}{\sqrt{\sqrt{15} + 3} \cdot \sqrt{\sqrt{15} - 3}} = \frac{\sqrt{54}}{\sqrt{(\sqrt{15} + 3)(\sqrt{15} - 3)}} = \frac{\sqrt{54}}{\sqrt{15 - 9}} = \frac{\sqrt{54}}{\sqrt{6}} = \sqrt{9} = 3.$$

Ответ: 3.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Все преобразования выполнены верно, получен верный ответ	2
По ходу решения допущена одна ошибка вычислительного характера или описка, с её учётом решение доведено до конца	1
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	2

Комментарий. Ошибки в применении формул считаются существенными; при их наличии решение не засчитывается.

22 Один из корней уравнения $4x^2 - x + 3m = 0$ равен 1. Найдите второй корень.

Решение.

Подставим известный корень в уравнение: $4 - 1 + 3m = 0$. Получим уравнение относительно m . Решим его: $3m = -3$; $m = -1$. Подставим m в уравнение: $4x^2 - x - 3 = 0$, откуда

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{1 + 4 \cdot 3 \cdot 4}}{8} = \frac{1 \pm 7}{8}, \quad x_1 = 1, \quad x_2 = -\frac{3}{4}.$$

Ответ: $-\frac{3}{4}$.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Все преобразования выполнены верно, получен верный ответ	3
По ходу решения допущена одна ошибка вычислительного характера или описка, с её учётом решение доведено до конца	2
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	3

23 Найдите наименьшее значение выражения и значения x и y , при которых оно достигается: $|3x + 4y - 1| + |x - 5y + 6|$.

Решение.

Сумма $|3x + 4y - 1| + |x - 5y + 6|$ принимает наименьшее значение, равное 0, только в том случае, когда оба слагаемых одновременно равны 0. Получаем систему уравнений

$$\begin{cases} 3x + 4y - 1 = 0, \\ x - 5y + 6 = 0. \end{cases}$$

Решим её

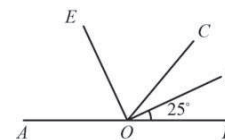
$$\begin{cases} 3x + 4y - 1 = 0, \\ 3x - 15y + 18 = 0; \end{cases} \quad \begin{cases} 19y - 19 = 0, \\ x - 5y + 6 = 0; \end{cases} \quad \begin{cases} y = 1, \\ x = -1. \end{cases}$$

Ответ: 0; (-1;1).

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Все преобразования выполнены верно, получен верный ответ	4
По ходу решения допущена одна ошибка вычислительного характера или описка, с её учётом решение доведено до конца	3
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	4

Модуль "Геометрия"

24 Найдите величину угла AOE , если OE – биссектриса угла AOC , OD – биссектриса угла COB .



Решение.

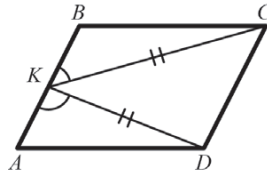
$$\angle COB = 2 \cdot 25^\circ = 50^\circ; \quad \angle AOC = 180^\circ - 50^\circ = 130^\circ; \quad \angle AOE = 130^\circ : 2 = 65^\circ.$$

Ответ: 65° .

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Решение верно, получен верный ответ	2
Допущена одна ошибка вычислительного характера или описка, с её учетом решение доведено до конца	1
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	2

25 В параллелограмме $ABCD$ точка K — середина стороны AB . Известно, что $KC = KD$. Докажите, что данный параллелограмм — прямоугольник.

Пусть точка K — середина стороны AB параллелограмма $ABCD$ — равноудалена от его вершин C и D . Тогда, треугольник CKD — равнобедренный, поэтому $\angle KCD = \angle KDC$. Поскольку прямая CD параллельна стороне AB , то $\angle BKC = \angle KCD$ и $\angle AKD = \angle KDC$ как накрест лежащие. Таким образом, $\triangle BKC = \triangle AKD$ по первому признаку равенства треугольников ($\angle BKC = \angle AKD$, $AK = BK$, $KC = KD$).



Значит, $\angle CBK = \angle DAK$. Их сумма равна 180° , т.к. это два угла параллелограмма, прилежащие к одной стороне. Следовательно, $\angle CBK = \angle DAK = 90^\circ$. По свойству параллелограмма углы BKD и CDA также прямые. Значит, $ABCD$ — прямоугольник.

Комментарий: Равенство треугольников BKC и AKD может быть доказано иначе, например, по третьему признаку равенства треугольников.

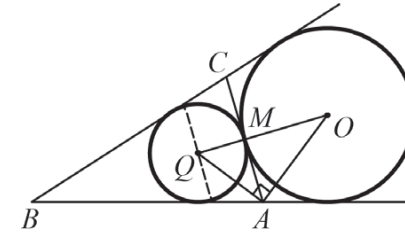
Другое возможное доказательство:

Пусть точка O — середина CD . Четырехугольник $OKBC$ является параллелограммом, поскольку его стороны OC и KB параллельны и равны. Треугольник KCD — равнобедренный, поэтому OK — его высота. Значит, $OKBC$ — прямоугольник, следовательно, угол CBK — прямой.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Доказательство верное, все шаги обоснованы	3
Доказательство содержит неточности или пробелы, например, отсутствуют ссылки на свойства параллельных прямых или параллелограмма	2
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	3

26 Основание AC равнобедренного треугольника ABC равно 8. Окружность радиуса 6 с центром вне этого треугольника касается продолжения боковых сторон треугольника и касается основания AC в его середине. Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник ABC .

Решение.



Данная окружность касается стороны AC в её середине M и продолжений сторон BA и BC треугольника ABC .

Пусть O — центр этой окружности, а Q — центр окружности, вписанной в треугольник ABC . Угол OAQ — прямой как угол между биссектрисами смежных углов. Треугольник OAQ — прямоугольный, AM — его высота. Из этого треугольника находим, что $AM^2 = MQ \cdot MO$. Следовательно, $QM = \frac{AM^2}{OM} = \frac{8}{3}$.

Ответ: $\frac{8}{3}$.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ	4
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но даны неполные объяснения или допущена одна вычислительная ошибка	3
Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	4

Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом

Модуль "Алгебра"

21 Упростите выражение $\frac{\sqrt{\sqrt{15}-3} \cdot \sqrt{\sqrt{15}+3}}{\sqrt{24}}$.

Решение.

$$\frac{\sqrt{\sqrt{15}-3} \cdot \sqrt{\sqrt{15}+3}}{\sqrt{24}} = \frac{\sqrt{(\sqrt{15}-3)(\sqrt{15}+3)}}{\sqrt{24}} = \frac{\sqrt{15-9}}{\sqrt{24}} = \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{24}} = \frac{1}{\sqrt{4}} = \frac{1}{2}$$

Ответ: $\frac{1}{2}$.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Все преобразования выполнены верно, получен верный ответ	2
По ходу решения допущена одна ошибка вычислительного характера или описка, с её учётом решение доведено до конца	1
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	2

Комментарий. Ошибки в применении формул считаются существенными; при их наличии решение не засчитывается.

22 Один из корней уравнения $5x^2 + 7x + 2m = 0$ равен -1 . Найдите второй корень.

Решение.

Подставим известный корень в уравнение: $5 - 7 + 2m = 0$. Получим уравнение относительно m . Решим его: $2m = 2$; $m = 1$. Подставим m в уравнение: $5x^2 + 7x + 2 = 0$, откуда

$$x = \frac{-7 \pm \sqrt{49 - 4 \cdot 5 \cdot 2}}{10} = \frac{-7 \pm 3}{10}, \quad x_1 = -1, \quad x_2 = -0,4.$$

Ответ: $-0,4$.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Все преобразования выполнены верно, получен верный ответ	3
По ходу решения допущена одна ошибка вычислительного характера или описка, с её учётом решение доведено до конца	2
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	3

23 Найдите наименьшее значение выражения и значения x и y , при которых оно достигается $|6x + 5y + 7| + |2x + 3y + 1|$.

Решение.

Сумма $|6x + 5y + 7| + |2x + 3y + 1|$ принимает наименьшее значение, равное 0, только в том случае, когда оба слагаемых одновременно равны 0. Получаем систему уравнений

$$\begin{cases} 6x + 5y + 7 = 0, \\ 2x + 3y + 1 = 0. \end{cases}$$

Решим её:

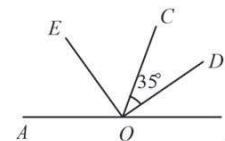
$$\begin{cases} 6x + 5y + 7 = 0, \\ 6x + 9y + 3 = 0; \end{cases} \quad \begin{cases} 4y - 4 = 0, \\ 6x + 9y + 3 = 0; \end{cases} \quad \begin{cases} y = 1, \\ 6x + 12 = 0; \end{cases} \quad \begin{cases} y = 1, \\ x = -2. \end{cases}$$

Ответ: 0; $(-2; 1)$.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Все преобразования выполнены верно, получен верный ответ	4
По ходу решения допущена одна ошибка вычислительного характера или описка, с её учётом решение доведено до конца	3
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	4

Модуль "Геометрия"

24 Найдите величину угла COE , если OE – биссектриса угла AOC , OD – биссектриса угла COB .



Решение.

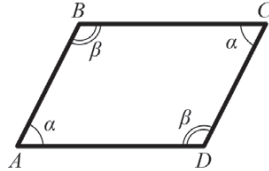
$$\angle COB = 2 \cdot 35^\circ = 70^\circ; \quad \angle AOC = 180^\circ - 70^\circ = 110^\circ; \quad \angle COE = 110^\circ : 2 = 55^\circ.$$

Ответ: 55° .

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Решение верно, получен верный ответ	2
Допущена одна ошибка вычислительного характера или описка, с её учетом решение доведено до конца	1
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	
	2

25 Противоположные углы четырехугольника попарно равны. Докажите, что этот четырехугольник – параллелограмм.

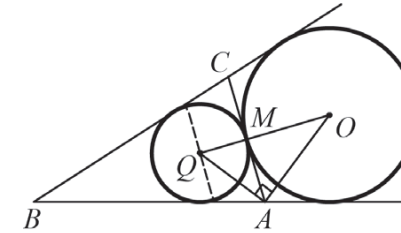
Пусть противоположные углы A и C четырехугольника $ABCD$ равны α , а противоположные углы B и D равны β . Поскольку сумма углов любого четырехугольника равна 360° , то $2\alpha + 2\beta = 360^\circ$. Значит, $\alpha + \beta = 180^\circ$. Так как сумма внутренних односторонних углов при секущей равна 180° , то по признаку параллельных прямых AB параллельна CD , BC параллельна AD . Значит, четырёхугольник $ABCD$ является параллелограммом по определению.



Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Доказательство верное, все шаги обоснованы	3
Доказательство содержит неточности или пробелы, например, отсутствуют ссылки на свойства параллельных прямых или параллелограмма	2
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	
	3

26 Основание AC равнобедренного треугольника ABC равно 6. Окружность радиуса 5 с центром вне этого треугольника касается продолжения боковых сторон треугольника и касается основания AC в его середине. Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник ABC .

Решение.



Данная окружность касается стороны AC в её середине M и продолжений сторон BA и BC треугольника ABC .

Пусть O — центр этой окружности, а Q — центр окружности, вписанной в треугольник ABC . Угол OAQ — прямой как угол между биссектрисами смежных углов. Треугольник OAQ — прямоугольный, AM — его высота. Из этого треугольника находим, что $AM^2 = MQ \cdot MO$. Следовательно, $QM = \frac{AM^2}{OM} = \frac{9}{5} = 1,8$.

Ответ: 1, 8.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ	4
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но даны неполные объяснения или допущена одна вычислительная ошибка	3
Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	
	4

Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом

Модуль "Алгебра"

21 Упростите выражение $\frac{\sqrt{54}}{\sqrt{\sqrt{31} + 5} \cdot \sqrt{\sqrt{31} - 5}}$.

Решение.

$$\frac{\sqrt{54}}{\sqrt{\sqrt{31} + 5} \cdot \sqrt{\sqrt{31} - 5}} = \frac{\sqrt{54}}{\sqrt{(\sqrt{31} + 5)(\sqrt{31} - 5)}} = \frac{\sqrt{54}}{\sqrt{31 - 25}} = \frac{\sqrt{54}}{\sqrt{6}} = \sqrt{9} = 3.$$

Ответ: 3.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Все преобразования выполнены верно, получен верный ответ	2
По ходу решения допущена одна ошибка вычислительного характера или описка, с её учётом решение доведено до конца	1
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	2

Комментарий. Ошибки в применении формул считаются существенными; при их наличии решение не засчитывается.

22 Один из корней уравнения $3x^2 + 5x + 2m = 0$ равен -1 . Найдите второй корень.

Решение.

Подставим известный корень в уравнение: $3 - 5 + 2m = 0$. Получим уравнение относительно m . Решим его: $2m = 2$; $m = 1$. Подставим m в уравнение: $3x^2 + 5x + 2 = 0$, откуда

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{25 - 4 \cdot 3 \cdot 2}}{6} = \frac{-5 \pm 1}{6}, \quad x_1 = -1, \quad x_2 = -\frac{2}{3}.$$

Ответ: $-\frac{2}{3}$.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Все преобразования выполнены верно, получен верный ответ	3
По ходу решения допущена одна ошибка вычислительного характера или описка, с её учётом решение доведено до конца	2
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	3

23 Найдите наименьшее значение выражения и значения x и y , при которых оно достигается: $|3x - 4y - 2| + |x - 5y + 3|$.

Решение.

Сумма $|3x - 4y - 2| + |x - 5y + 3|$ принимает наименьшее значение, равное 0, только в том случае, когда оба слагаемых одновременно равны 0. Получаем систему уравнений

$$\begin{cases} 3x - 4y - 2 = 0, \\ x - 5y + 3 = 0. \end{cases}$$

Решим её:

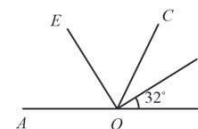
$$\begin{cases} 3x - 4y - 2 = 0, \\ 3x - 15y + 9 = 0, \end{cases} \quad \begin{cases} 11y - 11 = 0, \\ x - 5y + 3 = 0, \end{cases} \quad \begin{cases} y = 1, \\ x = 2. \end{cases}$$

Ответ: 0; (2;1).

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Все преобразования выполнены верно, получен верный ответ	4
По ходу решения допущена одна ошибка вычислительного характера или описка, с её учётом решение доведено до конца	3
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	4

Модуль "Геометрия"

24 Найдите величину угла COE , если OE – биссектриса угла AOC , OD – биссектриса угла COB .



Решение.

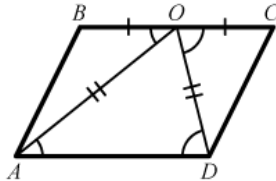
$$\angle COB = 2 \cdot 32^\circ = 64^\circ; \quad \angle AOC = 180^\circ - 64^\circ = 116^\circ; \quad \angle COE = 116^\circ : 2 = 58^\circ.$$

Ответ: 58° .

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Решение верно, получен верный ответ	2
Допущена одна ошибка вычислительного характера или описка, с её учетом решение доведено до конца	1
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	2

25 Середина стороны параллелограмма равноудалена от концов его противоположной стороны. Докажите, что данный параллелограмм – прямоугольник.

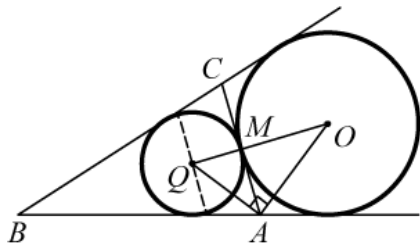
Пусть точка O – середина стороны BC параллелограмма $ABCD$ – равноудалена от его вершин A и D . Тогда треугольник AOD равнобедренный, поэтому $\angle AOD = \angle ODA$. Поскольку прямая BC параллельна стороне AD , то углы BOA и COD равны указанным углам как накрест лежащие. Таким образом, $\triangle BOA = \triangle COD$ по первому признаку равенства треугольников. Значит, $\angle ABO = \angle ODA$. Пусть их величина равна α . Прямые AB и CD параллельны, поэтому $\alpha + \alpha = 180^\circ$, т.е. $\alpha = 90^\circ$. По свойству параллелограмма углы BAD и CDA также прямые. Значит, $ABCD$ – прямоугольник.



Критерии оценивания выполнения задания.	Баллы
Доказательство верное, все шаги обоснованы	3
Доказательство содержит неточности или пробелы, например, отсутствуют ссылки на свойства параллельных прямых или параллелограмма	2
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.	0.
<i>Максимальный балл.</i>	3.

26 Основание AC равнобедренного треугольника ABC равно 10. Окружность радиуса 7,5 с центром вне этого треугольника касается продолжения боковых сторон треугольника и касается основания AC в его середине. Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник ABC .

Решение.



Данная окружность касается стороны AC в её середине M и продолжений сторон BA и BC треугольника ABC .

Пусть O — центр этой окружности, а Q — центр окружности, вписанной в треугольник ABC . Угол OAQ – прямой как угол между биссектрисами смежных углов. Треугольник OAQ – прямоугольный, AM – его высота. Из этого треугольника находим, что $AM^2 = MQ \cdot MO$.

Следовательно, $QM = \frac{AM^2}{OM} = \frac{10}{3}$.

Ответ: $\frac{10}{3}$.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы.
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ.	4
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но даны неполные объяснения или допущена одна вычислительная ошибка	3
Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям.	0.
<i>Максимальный балл</i>	4